أكاديمية الجهة الشرقية

تمارين محلولة:الدوران

المستوى : الأولى باك علوم تجريبية

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1: ABC مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في A بحيث : $\left(\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

وليكن O منتصف القطعة $[BC]$

1.أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

2.أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران r' الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

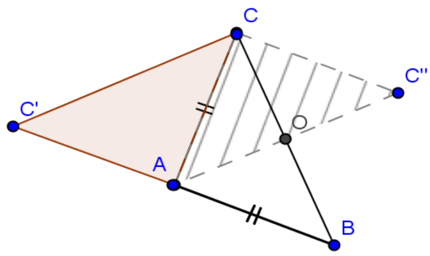
أجوبة: 1) $r(A)=A$ لأن A مركز الدوران r :

و $r(B)=C$ لأن : $\begin{cases}AB=AC\\ \left(\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$

و $r(B)=C'$ ومنه صورة المثلث ABC بالدوران r هو المثلث : ACC'

1) $r'(A)=C$ و $r'(B)=A$ و $r'(C)=C''$

ومنه صورة المثلث ABC بالدوران r هو المثلث : ACC''

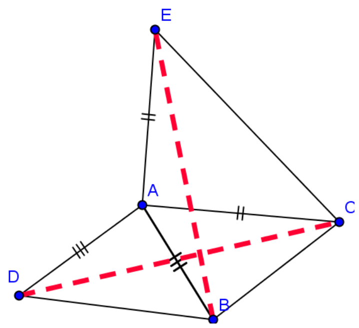


تمرين2: ABC مثلث نشئ خارجه مثلثين ABD و ACE متساويي الساقين وقائمي الزاوية في A

1. بين أن : $BE=CD$
2. بين أن : $(BE)\perp(CD)$

أجوبة: 1)

نعتبر الدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$



لدينا : $\begin{cases}AD=AB\\ \left(\overline{\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$ ومنه : $r(D)=B$ ❶

ولدينا : $\begin{cases}AC=AE\\ \left(\overline{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$

ومنه : $r(C)=E$ ❷

من ❶و ❷ وبما أن الدوران يحافظ على المسافة فان : $BE=CD$

2) لدينا : $r(D)=B$ ❶ و $r(C)=E$ ❷اذن :

$\left(\overline{\overrightarrow{CD},\overrightarrow{EB}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}$ وهذا يعني أن : $(BE)\perp(CD)$

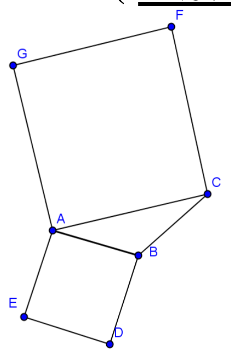
تمرين3: ABC مثلث بحيث القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $\left(\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)$ موجب .

ننشئ خارج المثلث ABC المربعين $ABDE$ و $ACFG$

نعتبر الدوران r الذي مركزه A و زاوية $\frac{\pi}{2}$

1)حدد $r(E)$ و $r(C)$ 2)بين أن : $\left(\overline{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CE}}\right)\equiv\left(\overline{\overrightarrow{GA},\overrightarrow{GB}}\right)[2\pi]$

أجوبة: 1)



لدينا : $\begin{cases}AE=AB\\ \left(\overline{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$ ومنه : $r(E)=B$ ❶

لدينا : $\begin{cases}AC=AG\\ \left(\overline{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AG}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$ ومنه : $r(C)=G$ ❷

ولدينا: $r(A)=A$ ❸ لأن A مركز الدوران : r

2) من ❶و ❷ و ❸ وبما أن الدوران يحافظ على قياس الزوايا فان :

$\left(\overline{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CE}}\right)\equiv\left(\overline{\overrightarrow{GA},\overrightarrow{GB}}\right)[2\pi]$

تمرين4: $ABCD$ مربع مركزه O بحيث : $\left(\overline{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

و I و J نقطتان من المستوى بحيث : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

وليكن r الدوران الذي مركزه O و زاوية $\frac{\pi}{2}$

بين أن : $OI=OJ$ و أن : $(OI)\perp(OJ)$

الجواب :

يكفي أن نبين أن : $r(I)=J$ ؟؟؟؟

نضع : $r(I)=I'$

لدينا : $\begin{cases}OA=OB\\ \left(\overline{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$ ومنه : $r(A)=B$

ولدينا : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ اذن: $\overrightarrow{BI'}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ ❶ لأن الدوران : الحفاظ على معامل استقامية متجهتين

ونعلم أن : $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ ❷

من ❶ و❷ نستنتج أن : $\overrightarrow{BI'}=\overrightarrow{BJ}$ أي $I'=J$ أي $r(I)=J$

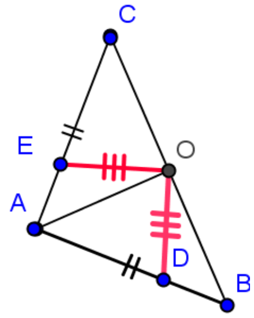
وبالتالي : $\begin{cases} OI=OJ \\ (\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$

تمرين5: ABC مثلث قائم الزاوية A ومتساوي الساقين فبحيث : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ و O منتصف القطعة $[BC]$

وليكن D بحيث : $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ وليكن E بحيث : $\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$

باعتبار الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ بين أن المثلث ODE قائم الزاوية ومتساوي الساقين في O

الجواب :



يكفي أن نبين أن : $r(E)=D$ ؟؟؟؟

نضع : $r(E)=E'$

لدينا : $\begin{cases} OA=OC \\ (\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OA})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ ومنه : $r(C)=A$ ❶

ولدينا : $\begin{cases} OA=OB \\ (\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ ومنه : $r(A)=B$ ❷

ولدينا : $\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$ ❸ اذن من ❶و❷ و❸:نجد أن

$\overrightarrow{AE'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ❹ لأن الدوران : يحافظ على معامل استقامية متجهتين

ونعلم أن : $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ❺

من ❹و❺ نستنتج أن : $\overrightarrow{AE'}=\overrightarrow{AD}$ أي $E'=D$ أي $r(E)=D$

وبالتالي : $\begin{cases} OE=OD \\ (\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OD})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ يعني ان : أن المثلث ODE قائم الزاوية ومتساوي الساقين في O

تمرين6: $ABCD$ مربع مركزه O بحيث : $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

و (D) مستقيم يوازي المستقيم (BD) و يقطع (AD) في M و N في (AB)

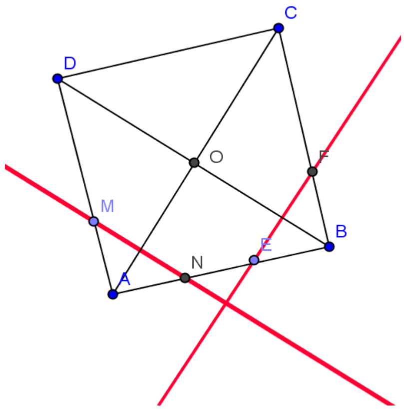
وليكن r الدوران الذي مركزه O و زاوية $\frac{\pi}{2}$

نعتبر النقطتين E و F صورتي النقطتين M و N بالدوران r على ا لتوالي.

1. أرسم الشكل و بين أن : $(EF)\perp(MN)$
2. حدد صورة المستقيم (BD) بالدوران r
3. أ)بين أن : $DN=FA$ ب)بين أن : $(EF)\parallel(AC)$

الأجوبة (1:

أنظر الشكل جانبه



لدينا : $r(M)=E$ ❶ و $r(N)=F$ ❷

من ❶و❷ نستنتج أن :

$(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{EF})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ أي أن : $(EF)\perp(MN)$

2) صورة المستقيم (BD) بالدوران r ؟؟؟

لدينا : $\begin{cases} OB=OC \\ (\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ اذن : $r(B)=C$ ❶

ولدينا : $\begin{cases} OD=OA \\ (\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OA})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ اذن : $r(D)=A$ ❷

من ❶و❷ نستنتج أن: $r((BD))=(AC)$

3) أ) $DN=FA$ ؟؟؟

ولدينا : $r(D)=A$ ❶ و $r(N)=F$ ❷

اذن : $DN=FA$ لأن : الدوران يحافظ على المسافة

ب)نبين أن : $(EF)\parallel(AC)$:

لدينا : $(MN)\parallel(BD)$ حسب المعطيات و لدينا :

و $r((BD))=(AC)$ و $r((MN))=(EF)$

وبما أن : الدوران يحافظ على التوازي فان : $(EF)\parallel(AC)$

تمارين للبحث

تمرين1: $ABCD$ مربع بحيث : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

1. حدد زاوية الدوران r الذي مركزه A و $r(D)=B$
2. حدد زاوية الدوران r' الذي مركزه C و $r'(D)=B$

تمرين2: ABC مثلث متساوي الأضلاع بحيث : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\equiv-\frac{\pi}{3}[2\pi]$

1.حدد زاوية الدوران r_1 الذي مركزه B و يحول A إلى C

2.حدد مركز و زاوية الدوران r_2 الذي يحول A إلى B و B إلى C.

تمرين3: $ADEF$ مربع بحيث : $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AF})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

ننشئ خارجه المثلث CED متساوي الأضلاع و داخله المثلث BEF متساوي الأضلاع

1. نعتبر الدوران r الذي مركزه E و زاوية $\frac{\pi}{3}$

بين أن : $r(F)=B$ و $r(D)=C$

2. لتكن A_1 النقطة بحيث : $r(A_1)=A$

a) بين أن المثلث AEA_1 متساوي الأضلاع

b) بين أن النقط : A_1 و D و F مستقيمية

c) استنتج أن النقط : A و B و C مستقيمية